

**Демонстрационный вариант диагностической работы
для проведения оценки предметных и методических компетенций учителей
по предмету «Математика»**

Настоящий демонстрационный вариант диагностической работы предназначен для участников апробации модели использования ЕФОМ при оценке предметных и методических компетенций учителей и заинтересованных лиц. Он дает возможность получить представление о структуре диагностической работы, количестве заданий, форме заданий, уровнях сложности заданий и критериях оценки их выполнения.

Содержание диагностической работы

Часть 1. Задания для оценки предметных компетенций

Задание 1. Запишите номера чисел, которые являются пяти первыми членами геометрической прогрессии, заданной формулой $a_n = 2 \cdot (-3)^{n-1}$:

1. -6
2. 162
3. 18
4. -54
5. 2

Ответ: _____

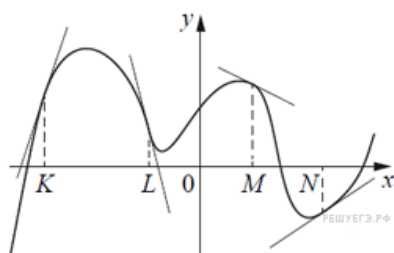
Задание 2. В таблице приведены 4 задачи и варианты ответа к ним. Соотнесите текст задачи и верный ответ к ней.

Задачи	Ответы
А Сколько различных слов можно получить из слова <i>математика</i> перестановкой букв?	1) A_{10}^3
Б Сколькими способами из 10 человек можно выбрать трех тьюторов и двух дежурных?	2) $C_{10}^3 \cdot C_7^2$
В Сколькими способами из 10 человек можно выбрать 3 человек для распределения их по трем разным отделам предприятия?	3) C_{10}^3
Г Сколькими способами из 10 человек можно выбрать 3 человек для поездки на конференцию?	4) $\frac{10!}{2! \cdot 3! \cdot 2!}$

В таблице под каждой буквой, соответствующей задаче, укажите номер ответа к ней:

А	Б	В	Г

Задание 3. На рисунке изображен график функции, к которому проведены касательные в четырех точках:



Ниже указаны значения производной в данных точках. Пользуясь графиком, поставьте в соответствие каждой точке значение производной в ней:

Точки	Значения производной
А) К	1) $\frac{2}{3}$
Б) L	2) 3
В) M	3) $-\frac{1}{2}$
Г) N	4) -4

Запишите в ответ цифры, расположив их в порядке, соответствующем буквам:

А	Б	В	Г

Задание 4. Выберите верные утверждения:

1. Если в четырехугольнике ABCD угол A равен углу C, а угол B равен углу D, то этот четырехугольник – параллелограмм.
2. Если в трапеции два угла равны, то она равнобокая.
3. Около любого ромба можно описать окружность.
4. В любой ромб можно вписать окружность.
5. Если сумма трех углов четырехугольника равна 270° , то этот четырехугольник – прямоугольник.

Ответ: _____

Задание 5. В трапецию с боковыми сторонами 20 и 14 вписана окружность. Длина средней линии трапеции равна:

1. 17
2. 17,5
3. 18
4. 18,5

Ответ: _____

Задание 6. Две бригады, состоящие из рабочих одинаковой квалификации, одновременно начали выполнять два одинаковых заказа. В первой бригаде было 7 рабочих, а во второй — 10 рабочих. Через 7 дней после начала работы в первую бригаду перешли 2 рабочих из второй бригады. В итоге оба заказа были выполнены одновременно. На выполнение заказа потребовалось:

1. 24 дня

2. 26 дней
3. 28 дней
4. 30 дней

Ответ: _____

Задание 7. Цилиндр и конус имеют общее основание и высоту. Высота цилиндра равна радиусу основания. Если площадь боковой поверхности конуса равна $21\sqrt{2}$, то площадь боковой поверхности цилиндра равна:

1. 40
2. $40\sqrt{2}$
3. 42
4. $42\sqrt{2}$

Ответ: _____

Задание 8. Постройте график функции $y = \frac{x^4 - 34x^2 + 225}{(x+5)(x-3)}$. Прямая $y=a$ имеет с графиком ровно одну точку при, если значения параметра a равны:

1. -12
2. -16
3. 12
4. -15
5. 20

Ответ: _____

Задание 9. Решите уравнение $\sin \pi x = \sqrt{\frac{1 - \cos \pi x}{2}}$. Запишите количество корней уравнения принадлежащих отрезку $[-2; 3]$.

Ответ: _____

Задание 10. Решите неравенство $x^{1+\lg x} < 0,1^{-2}$. Найдите количество целых решений неравенства.

Ответ: _____

Часть 2. Задания для оценки методических компетенций

Задание 11. Выберите из предложенного перечня предметные результаты освоения содержания, планируемые по разделу «Функции» для основного общего образования и запишите цифры, под которыми они указаны:

- 1) по графику находить область определения, множество значений, нули функции, промежутки знакопостоянства, промежутки возрастания и убывания, наибольшее и наименьшее значения функции;
- 2) решать уравнения способом разложения на множители и замены переменной;
- 3) выполнять преобразования и действия с числами, записанными в стандартном виде;

- 4) составлять уравнения прямой по заданным условиям: проходящей через две точки с заданными координатами, проходящей через данную точку и параллельной данной прямой;
- 5) находить множество значений, нули, промежутки знакопостоянства, монотонности квадратичной функции;
- 6) решать линейные уравнения и уравнения, сводимые к линейным с помощью тождественных преобразований;
- 7) иллюстрировать с помощью графика реальную зависимость или процесс по их характеристикам.

Ответ: _____

Задание 12. Планирование предметных результатов согласно ФГОС СОО, как и в основном общем образовании, предполагает дифференциацию по двум группам результатов: «Выпускник научится» и «Выпускник получит возможность научиться». Группа результатов «Выпускник научится», представляет собой результаты, достижение которых обеспечивается учителем в отношении всех обучающихся, выбравших данный уровень обучения. Группа результатов «Выпускник получит возможность научиться» обеспечиваются учителем в отношении части наиболее мотивированных и способных обучающихся.

Установите соответствие между перечнем планируемых предметных результатов освоения содержания раздела «Уравнения и неравенства» на уровне среднего общего образования и соответствующей группой результатов:

Планируемые предметные результаты по разделу «Уравнения и неравенства»	Группы результатов
<i>А) решать показательные уравнения, вида $a^{bx+c} = d$ (где d можно представить в виде степени с основанием a) и простейшие неравенства вида $a^x < d$ (где d можно представить в виде степени с основанием a)</i>	1) «Выпускник научится» (базовый уровень)
<i>Б) решать основные типы уравнений и неравенств с параметрами</i>	2) «Выпускник получит возможность научиться» (базовый уровень)
<i>В) использовать методы решения уравнений: приведение к виду «произведение равно нулю» или «частное равно нулю», замена переменных</i>	3) «Выпускник научится» (углубленный уровень)
<i>Г) решать разные виды уравнений и неравенств и их систем, в том числе некоторые уравнения 3-й и 4-й степеней, дробно-рациональные и иррациональные;</i>	4) «Выпускник получит возможность научиться» (углубленный уровень)
<i>Д) выполнять отбор корней уравнений или решений неравенств в соответствии с дополнительными условиями и ограничениями</i>	
<i>Е) понимать смысл теорем о равносильных и неравносильных преобразованиях уравнений и уметь их доказывать;</i>	
<i>Ж) приводить несколько примеров корней простейшего тригонометрического уравнения вида: $\sin x = a$, $\cos x = a$, $\operatorname{tg} x = a$, $\operatorname{ctg} x = a$, где a – табличное значение соответствующей тригонометрической функции</i>	

Ответ:

А	Б	В	Г	Д	Е	Ж

Задание 13. Согласно ПОП ООО выпускник получит возможность научиться в 5-6 классах оперировать понятиями: натуральное число, множество натуральных чисел, целое число, множество целых чисел, обыкновенная дробь, десятичная дробь, смешанное число, рациональное число, множество рациональных чисел, геометрическая интерпретация натуральных, целых и рациональных чисел. Выполните методический кейс, состоящий из двух частей:

Часть А. Для достижения планируемых результатов обучения темы «Действия с рациональными числами» учитель использовал различные методические приемы. Выберите приемы, которые в наибольшей степени могут быть применены на уроке обобщения знаний и умений проводить арифметические операции над рациональными числами:

1. Устный счёт на сложение, вычитание, умножение и деление двух отрицательных чисел и чисел с разными знаками
2. Объяснение учителем правил действия с рациональными числами
3. Чтение правил действия с рациональными числами по учебнику
4. Выполнение практической работы «Найдите среднюю температуру воздуха в зимнее время года, если известны средние температуры воздуха декабря (-10°C), января (-14°C) и февраля (-12°C)
5. Математический диктант: 10 заданий поочередно демонстрируются каждые 30 секунд на экране для всего класса
6. Составление опорного конспекта по действиям с рациональными числами

Часть Б. На этом уроке учитель также использовал задание на сравнение чисел. Установите соответствие заданий на сравнение чисел и целесообразных приемов их решения

Приемы решения	Задания
А) Сравнение дополнений до единицы	1) -13 и -27
Б) Сравнение положительного и отрицательного числа	2) $2,45$ и $2,5$
В) Сравнение знаменателей при одинаковых числителях	3) $\frac{1}{4}$ и $\frac{1}{5}$
Г) Сравнение двух отрицательных чисел	4) $-2,23$ и $\frac{1}{8}$
Д) Сравнение положительных десятичных дробей	5) $\frac{8}{7}$ и $\frac{12}{13}$

Ответ:

А) _____

Б) _____

А	Б	В	Г	Д

Задание 14. Вы готовитесь к повторительно-обобщающему уроку в 9 классе по разделу «Векторы и координаты на плоскости». Результаты текущего оценивания позволяют сделать вывод, что некоторые умения обучающихся класса сформированы на низком уровне. Из предложенного перечня дидактических материалов по геометрии, представленных на платформах «Моя школа в online», «Решу ОГЭ», «ЯКласс», выберите задания, которые можно предложить выполнить обучающимся на данном уроке для формирования соответствующего умения, указанного в таблице. Номера заданий запишите в таблицу.

Умения	Задание
А. Обозначать символом и знаком предмет и/или явление	
Б. Переводить сложную по составу (многоаспектную) информацию из	

графического или формализованного (символьного) представления в текстовое, и наоборот;

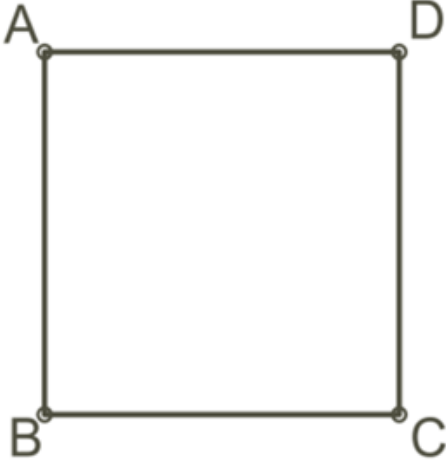
Формирующие задания:

Задание 1:

Треугольник ABC задан координатами своих вершин:
 $A(-6; 10)$; $B(8; 8)$, $C(2; 2)$.

- 1) Определите вид этого треугольника.
- 2) Медианы AA_1 и BB_1 треугольника пересекаются в точке M . Разложите вектор \vec{AM} по векторам \vec{CA} и \vec{CB} .
- 3) Найдите острый угол между этими медианами.

Задание 2:

Условие задания:	
<p>Дан квадрат $ABCD$.</p>  <p>Выбери одно самое подходящее название данных векторов:</p>	<p>a. \vec{CB} и \vec{BC} —</p> <p>b. \vec{DA} и \vec{CB} —</p> <p>c. \vec{AD} и \vec{CB} —</p>

- равные
- сонаправленные
- противоположные
- противоположно направленные
- ни одно название не подходит

Задание 3:

$\widehat{ab} = 70^\circ$. Найдите угол между векторами $2\vec{a}$ и $-3\vec{b}$.

Задание 4:

Сторона квадрата $ABCD$ равна 1. Найдите:

- 1) $\vec{AC} \cdot \vec{AD}$; 2) $\vec{AC} \cdot \vec{BD}$; 3) $\vec{AD} \cdot \vec{CB}$.

Задание 5:

В треугольнике ABC $AB = 1$, $BC = 2$, $\angle A = 20^\circ$, $\angle C = 10^\circ$. Найдите площадь треугольника.

Задание 6



Точка K делит отрезок ED в отношении $EK : KD = 5 : 2$.

Напиши, на какое число умножить векторы, чтобы равенства получились верными

(в окошко для знака числа запиши «+», если число положительное):

1. $\vec{EK} = \square \frac{\square}{\square} \cdot \vec{ED}$;

2. $\vec{DK} = \square \frac{\square}{\square} \cdot \vec{ED}$;

3. $\vec{KD} = \square \frac{\square}{\square} \cdot \vec{EK}$.

Ответ:

А	
Б	

Задание 15. В процессе разработки проекта урока по теме «Метод координат в пространстве. Движения» Вам необходимо спланировать использование электронных ресурсов и сервисов в соответствии с различными видами учебной деятельности. Соотнесите предлагаемые электронные ресурсы и сервисы с видом учебной деятельности, для организации которой целесообразно его использовать. Запишите правильный ответ в таблицу:

	Вид учебной деятельности		Электронный ресурс
--	--------------------------	--	--------------------

А)	демонстрация видео лекции ведущего специалиста геометра	1)	платформа Kahoot
Б)	организация домашней работы в малых группах по обсуждению основных положений видео–лекции и заполнение тематической таблицы	2)	канал на YouTube
В)	выполнение тематических контрольных заданий к уроку	3)	ресурс Google Forms
Г)	игра-викторина в командах	4)	сервис Google-документы
Д)	проведение опроса среди одноклассников по использованию координатного метода при решении основных типов задач	5)	электронный ресурс «Российская электронная школа»
		6)	облачный сервис Dropbox

Ответ:

А	Б	В	Г	Д

Задание 16. В классе учатся дети с различными нозологиями. Какими рекомендациями Вы будете руководствоваться при организации изучения новой темы в таком классе, чтобы каждый ребенок мог воспринимать ее максимально эффективно? Соотнесите предлагаемый формат работы педагога с видом нозологии, для ребенка с которой необходимо использовать данный подход. Запишите правильные ответы в таблицу (без повторов рекомендации по видам нозологии).

	Вид нозологии ребенка		Рекомендации для педагогов
А)	Нарушение слуха	1)	Использовать на занятии реальные предметы, окружающие ребенка в повседневной жизни
Б)	Нарушение зрения	2)	При постановке ребенку задания использовать несложные высказывания
В)	Нарушение кинестезии, ДЦП	3)	Нельзя поворачиваться к ребенку боком или спиной
Г)	Расстройство аутистического спектра	4)	Уделять особое внимание развитию сенсорных эталонов
		5)	Демонстрируемые изображения должны быть простыми, без лишних деталей
		6)	Демонстрационный материал предъявлять для рассмотрения неподвижно, на контрастном фоне
		7)	Чаще использовать манипуляции с предметами
		8)	Подбираемые видеоматериалы должны быть с субтитрами
		9)	Использовать прием формирующей проекции («И Алеша помнит про порядок на столе, и Маша смотрит внимательно...»)
		10)	Следить за тем, чтобы ребенок быстро находил говорящего взглядом

Ответ:

А	Б	В	Г

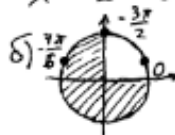
Задание 17. Оцените выполнение обучающимся задания на применение методов решения тригонометрических уравнений и отбор корней из промежутка согласно критериям оценивания.

Формулировка задания:

а) Решите уравнение $2\log_4^2(4\sin x) - 5\log_4(4\sin x) + 2 = 0$.

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-\frac{3\pi}{2}; 0\right]$

Ответ обучающегося:

а) $2\log_4^2(4\sin x) - 5\log_4(4\sin x) + 2 = 0$, $\log_4(4\sin x) = t$,
 $2t^2 - 5t + 2 = 0$; $D = 25 - 16 = 9 = 3^2$, $t_1 = \frac{5-3}{4} = \frac{1}{2}$; $t_2 = \frac{5+3}{4} = 1$;
 $\log_4(4\sin x) = t_1 = \frac{1}{2}$; $\log_4(4\sin x) = \log_4 2$, $4\sin x = 2$; $\sin x = \frac{1}{2}$;
 $x \in \frac{\pi}{6} + 2\pi k$, $k \in \mathbb{Z}$; $x = \frac{5\pi}{6} + 2\pi k$, $k \in \mathbb{Z}$;
 $\log_4(4\sin x) = t_2 = 1$; $\log_4(4\sin x) = \log_4 4$; $4\sin x = 4$; $\sin x = 1$;
 $x = \frac{\pi}{2} + 2\pi k$, $k \in \mathbb{Z}$ Ответ: $x = \frac{\pi}{6}, \frac{5\pi}{6}, \frac{\pi}{2} + 2\pi k, \frac{5\pi}{6} + 2\pi k$, $k \in \mathbb{Z}$
б)  Ответ: $-\frac{3\pi}{2}, -\frac{7\pi}{6}$.

Критерии оценивания:

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получены верные ответы в обоих пунктах	4
Обоснованно получен верный ответ в пункте а, отбор корней в пункте б выполнен с ошибкой	3
В пункте а получены неверные ответы из-за вычислительной ошибки, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения обоих пунктов (пункта а и пункта б)	2
В пункте а из-за ошибки в решении логарифмических уравнений получен неверный ответ, отбор корней в пункте б с учетом этой ошибки произведен верно	1

Ответ: _____

Задание 18. Оцените решение обучающимся 11 класса задачи по геометрии согласно критериям.

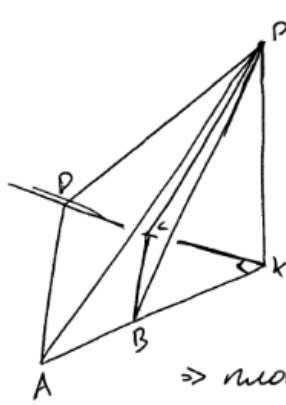
Формулировка задания:

Основанием четырёхугольной пирамиды $PABCD$ является трапеция $ABCD$, причём $\angle BAD + \angle ADC = 90^\circ$. Плоскости PAB и PCD перпендикулярны плоскости основания, K — точка пересечения прямых AB и CD .

а) Докажите, что плоскости PAB и PCD перпендикулярны.

б) Найдите объём пирамиды $KBCP$, если $AB = BC = CD = 4$, а высота пирамиды $PABCD$ равна 9.

Ответ обучающегося:



а) $\angle BAD + \angle ADC = 90^\circ \Rightarrow \angle DKB = 90^\circ$.

плоск. $(DKP) \perp$ плоск. (ADK) } \Rightarrow
 $AK \perp DK$

$\Rightarrow AK \perp$ ~~плоск.~~ $пл. (DPK)$

$AK \subset$ $пл. (AKP) \Rightarrow$ $пл. (AKP) \perp$ $пл. (DPK)$

\Rightarrow плоскости $PAB \perp$ $пл. PC D$.

б) $AB = BC = CD = 4$.

$AB = CD \Rightarrow$ трапеция - равн. беругр. $\Rightarrow \angle KAD = \angle HDK \Rightarrow$
 $\Rightarrow \angle KBC = \angle BCK \Rightarrow BK = CK = \frac{CB}{\sqrt{2}} = 2\sqrt{2}$.

$AK \perp$ $пл. (DPK) \Rightarrow$ ~~$AK \perp PK$~~

$пл. (AKP) \perp$ $пл. (ADK)$ } $\Rightarrow PK \perp$ $пл. (APK) \Rightarrow PK \perp PK$
 $AK \perp DK$

$AK \perp PK$ } $\Rightarrow PK \perp$ $пл. (ADK) \Rightarrow PK$ - высота.

$PK \perp PK$

$V(KBCP) = \frac{1}{3} \cdot PK \cdot \frac{1}{2} \cdot CK \cdot BK = \frac{1}{3} \cdot 9 \cdot \frac{1}{2} \cdot 2\sqrt{2} \cdot 2\sqrt{2} =$
 $= 3 \cdot 4 = 12$.

Ответ: $V_{KBCP} = 12$.

Критерии оценивания:

Содержание критерия	Баллы
Имеется верное доказательство утверждения пункта а и обоснованно получен верный ответ в пункте б	3
Утверждение пункта а не доказано, в пункте б обоснованно получен верный от-	2

вет с использованием утверждения пункта a	
В пункте a утверждение не доказано, в пункте b имеется верная последовательность шагов решения, но присутствует вычислительная ошибка	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0

Ответ: _____

Система оценивания диагностической работы

Часть 1. Задания для оценки предметных компетенций

№ задания	Верный ответ	Уровень сложности	Критерии оценивания									
			Совпадений	Балл								
1	1, 5, 2, 4, 3	Б	Совпадений	Балл								
			5	2								
			4	1								
			0–3	0								
2	<table border="1"> <tr> <td>а</td> <td>б</td> <td>в</td> <td>г</td> </tr> <tr> <td>4</td> <td>2</td> <td>1</td> <td>3</td> </tr> </table>	а	б	в	г	4	2	1	3	Б	Совпадений	Балл
	а	б	в	г								
	4	2	1	3								
	4	2										
3	1											
0–2	0											
3	<table border="1"> <tr> <td>Графики</td> <td>Функции</td> </tr> <tr> <td>А</td> <td>2</td> </tr> <tr> <td>Б</td> <td>5</td> </tr> <tr> <td>В</td> <td>1</td> </tr> </table>	Графики	Функции	А	2	Б	5	В	1	Б	Совпадений	Балл
	Графики	Функции										
	А	2										
	Б	5										
В	1											
3	2											
2	1											
0–1	0											
4	1; 4	Б	Совпадений	Балл								
			2	2								
			1	1								
			0	0								
5	1	Б	Совпадений	Балл								
			1	2								
			0	0								
6	3	Б	Совпадений	Балл								
			1	2								
			0	0								
7	3	П	Совпадений	Балл								
			1	3								
			0	0								
8	1, 2, 5	П	Совпадений	Балл								
			3	3								
			2	2								
			1	1								
0	0											
9	6	В	Правильный ответ – 4									
10	9	В	Правильный ответ – 4									

Часть 2. Задания для оценки методических компетенций

№ задания	Верный ответ	Уровень сложности	Критерии оценивания																
			Совпадений	балл	уровень														
11	1,4,5,7	Б	4	2	высокий														
			2-3	1	средний														
			1-0	0	низкий														
12	<table border="1"> <tr><td>А</td><td>Б</td><td>В</td><td>Г</td><td>Д</td><td>Е</td><td>Ж</td></tr> <tr><td>1</td><td>4</td><td>2</td><td>3</td><td>2</td><td>3</td><td>1</td></tr> </table>	А	Б	В	Г	Д	Е	Ж	1	4	2	3	2	3	1	Б	Дано пра- вильных ответов	балл	уровень
		А	Б	В	Г	Д	Е	Ж											
		1	4	2	3	2	3	1											
		7	2	высокий															
6-4	1	средний																	
3-0	0	низкий																	
13	А) 1, 4, 5 Б) <table border="1"> <tr><td>А</td><td>Б</td><td>В</td><td>Г</td><td>Д</td></tr> <tr><td>5</td><td>4</td><td>3</td><td>1</td><td>2</td></tr> </table>	А	Б	В	Г	Д	5	4	3	1	2	Б	Дано пра- вильных ответов	балл	уровень				
		А	Б	В	Г	Д													
		5	4	3	1	2													
		8	2	высокий															
5-7	1	средний																	
4-0	0	низкий																	
14	<table border="1"> <tr><td>А</td><td>2, 3, 6</td></tr> <tr><td>Б</td><td>1,4, 5</td></tr> </table>	А	2, 3, 6	Б	1,4, 5	П	Дано пра- вильных ответов	балл	уровень										
		А	2, 3, 6																
		Б	1,4, 5																
		6	3	высокий															
5	2	средний																	
4	1	средний																	
15	<table border="1"> <tr><td>А</td><td>Б</td><td>В</td><td>Г</td><td>Д</td></tr> <tr><td>2</td><td>4</td><td>5</td><td>1</td><td>3</td></tr> </table>	А	Б	В	Г	Д	2	4	5	1	3	П	Дано пра- вильных ответов	балл	уровень				
		А	Б	В	Г	Д													
		2	4	5	1	3													
		5	3	высокий															
4	2	средний																	
3	1	средний																	
16	<table border="1"> <tr><td>А</td><td>Б</td><td>В</td><td>Г</td></tr> <tr><td>3, 8, 10</td><td>1, 5, 6</td><td>4, 7</td><td>2, 9</td></tr> </table>	А	Б	В	Г	3, 8, 10	1, 5, 6	4, 7	2, 9	П	Дано пра- вильных ответов	балл	уровень						
		А	Б	В	Г														
		3, 8, 10	1, 5, 6	4, 7	2, 9														
		9-10	3	высокий															
7-8	2	средний																	
5-6	1	средний																	
			4-0	0	низкий														

17	2	П	Ответ	балл	уровень
			2	3	высокий
			1	2	средний
			3	1	низкий
			4	0	низкий
18	2	В	Ответ	балл	уровень
			2	4	высокий
			1	2	средний
			3	1	низкий
			0	0	низкий